

## **CRITÉRIO DO PESO EFETIVO MÍNIMO PARA LAJES DE CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO NO ESTADO-LIMITE DE VIBRAÇÕES EXCESSIVAS**

### *THE MINIMUM EFFECTIVE WEIGHT CRITERION FOR CONCRETE SLABS DESIGN FOR SERVICEABILITY LIMIT STATE OF VIBRATION*

André Reis Lozovey (1); Rodrigo Broering Koerich (2); Fábio Albino de Souza (3)

(1) *Esp. Estruturas Protendidas, IDD / Estel Engenharia Ltda | andre.lozovey@estelengenharia.com.br*

(2) *Gerente de Produtos e Serviços, AltoQi Tecnologia em Informática Ltda | koerich@altoqi.com.br*

(3) *Unicamp / IDD/ EBPX / Departamento de Estruturas – DES | fabio@ebpx.com.br*

### **Resumo**

Com a crescente esbelteza das estruturas, torna-se imprescindível analisar as estruturas nos Estados-Limites de Serviço (ELS), especialmente o Estado-Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE). Diferentemente do Estado-Limite Último (ELU), o ELS está ligado à percepção de incômodo do usuário e pode ser de difícil aferição, pois varia para cada indivíduo conforme diversos fatores. Neste artigo são discutidos os critérios abordados pelas normas técnicas brasileiras para a avaliação de lajes sujeitas às atividades humanas com relação ao conforto dos usuários. São apresentadas as principais características que regem a análise de vibrações, como a frequência natural da estrutura e o fator de amortecimento, bem como maneiras de se determinar estes parâmetros. São discutidas as vibrações causadas pelo caminhar e também por atividades rítmicas, como dança e ginástica. São apresentados os critérios utilizados para a determinação da percepção da vibração que gera desconforto aos usuários, baseados nas acelerações geradas pelas forças dinâmicas aplicadas às lajes, conforme suas frequências naturais. É discutido o critério do peso efetivo mínimo necessário para a aceitabilidade de lajes sujeitas às atividades humanas no ELS-VE, para as diversas condições de utilização, e também são apresentadas aplicações do critério proposto. Os resultados obtidos com a aplicação do critério demonstram que a abordagem da NBR 6118:2014 não garante uma condição de conforto dos usuários com relação às vibrações sentidas em lajes sujeitas às atividades humanas. Conclui-se que o critério do peso efetivo mínimo necessário para a aceitabilidade de lajes de concreto no ELS-VE, está em consonância com os resultados obtidos em ensaios experimentais realizados por outros autores, podendo ser aplicado a lajes pertencentes a quaisquer sistemas estruturais e tipologias.

*Palavra-Chave: análise, estrutura, vibração, laje, protensão*

### **Abstract**

With the increasing slenderness of structures, it is imperative to check structures in the Serviceability Limit States (SLS), especially the Limit State of Vibration. Unlike the Ultimate Limit State (ULS), the SLS refers to the human perception and therefore it is difficult to gauge, as it varies for each individual. This paper discusses the criterion addressed by the Brazilian technical standards for the evaluation of slabs subject to human activities. The main characteristics that govern the analysis of vibrations are presented, such as the natural frequency and the damping factor, as well as ways of determining these parameters. The vibrations caused by walking and also by rhythmic activities are discussed. The criteria used to determine the vibration perception that generate discomfort to the occupants are presented, based on the accelerations caused by the dynamic forces applied to the slabs, according to their natural frequencies. The minimum effective weight of concrete slabs subject to human activities for the various conditions of use is also discussed, and numerical examples of the criterion proposed are presented. The results obtained outline that the approach of the Brazilian standard does not effectively assess the acceptability of slabs with respect to the vibrations due to human activities. It also addresses that the criterion of the minimum effective weight of concrete slabs is in line with the results obtained by another authors' experimental tests, and can be applied to slab designs.

*Keywords: evaluation, structure, vibration, slab, post-tension*



## 1 Introdução

O dimensionamento de estruturas de concreto vem evoluindo no meio técnico/científico brasileiro, bem como todas as etapas que envolvem a obra, do projeto à execução, tanto em concreto armado quanto protendido. Apesar de não ser tão difundido em todo o Brasil, o uso do concreto protendido para edifícios residenciais e comerciais está muito presente em regiões específicas do país e, devido às vantagens no seu uso, tem se mostrado cada vez mais como uma excelente solução estrutural, tanto economicamente quanto arquitetonicamente, especialmente devido à liberdade gerada pela possibilidade de maiores vãos.

Com a utilização de estruturas mais esbeltas, consequência dos maiores vãos, torna-se ainda mais importante a verificação das estruturas nos Estados-Limites de Serviço – ELS, que muitas vezes governam o dimensionamento das peças. Dentre os diversos ELS's que devem ser analisados nas estruturas, um que ainda carece de maior atenção e, infelizmente, percebe-se em obras correntes que não vem sendo atendido suficientemente, é o Estado-Limite de Vibrações Excessivas – ELS-VE, definido como o “estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção”, conforme a NBR 6118:2014.

O estudo dos problemas de vibrações já vem sendo desenvolvido há algumas décadas, tendo iniciado especialmente para as estruturas metálicas, nas quais o desconforto devido a vibrações excessivas foi inicialmente percebido. “Isso pode ser consequência da alta relação resistência/peso do material e sistema estrutural, e não necessariamente indica uma resistência inadequada ou deformação excessiva” (BELLEI, et al., 2008).

Diferentemente do Estado-Limite Último – ELU, o ELS está ligado à percepção do usuário e pode ser de difícil aferição, especialmente no que tange as vibrações, pois a percepção de incômodo varia para cada indivíduo conforme sua idade, estado de saúde, postura (em pé, sentado ou deitado) e outros fatores (HECHLER, et al., 2008). No entanto, apesar de existirem variações e incertezas quanto ao comportamento e às propriedades dos materiais, há diversas abordagens que estabelecem orientações a serem seguidas em projetos.

Tratando-se de edificações em geral, as vibrações podem ser causadas por diversas fontes, como equipamentos ou a própria atividade humana, que pode incluir atividades rítmicas, como a prática de esportes e dança, ou o próprio caminhar dos usuários da edificação, mesmo em condições normais de uso.

São abordados neste artigo apenas os critérios de aceitabilidade de conforto dos usuários com relação às vibrações nas lajes de concreto, não sendo avaliado o ELU, uma vez que este trata apenas da ruína das peças. Também não são tratados neste artigo os limites para deformações, pois a determinação de flechas em elementos estruturais encontra-se muito bem consolidada e é de simples aplicação, seja por meio de cálculos computacionais ou mesmo manuais.

Este artigo sugere a adoção do critério do peso mínimo efetivo, aqui apresentado, para a avaliação da aceitabilidade de lajes de concreto, sejam elas armadas ou protendidas, com geometrias e seções transversais diversas.

## 2 Vibração Causada por Atividades Humanas

Já no passado, o fenômeno de vibrações induzidas pelo homem era conhecido, principalmente para pontes, quando tropas de soldados as atravessavam marchando. Há registros, não confirmados, de que algumas sofreram colapso por essa razão BRASIL, et al. (2013). O problema da vibração, no entanto, não é exclusividade das pontes e passarelas. Ele pode afetar quaisquer estruturas sujeitas às atividades humanas.

Os problemas de vibrações em estruturas podem ser abordados, em geral, por duas técnicas diferentes: a sintonização da estrutura, que é um método simplificado para determinação da frequência natural mínima que esta deve ter, e o cálculo da resposta à vibração, que determina como a estrutura se comportará sob a aplicação de uma força dinâmica.

### 2.1 A Abordagem das Normas Técnicas Brasileiras

As principais normas brasileiras de estruturas, a NBR 6118:2014 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento e a NBR 8800:2008 – Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, abordam o problema das vibrações por meio da sintonização da estrutura.

Apesar de citar que em casos específicos uma análise mais detalhada deve ser feita, e indicar referências de interesse ao assunto, a NBR 8800:2008 traz no seu anexo L a determinação de que: “Em nenhum caso a frequência natural da estrutura do piso pode ser inferior a 3 Hz”. Quanto à avaliação simplificada para as atividades humanas normais, a mesma norma informa que: “Nos pisos em que as pessoas caminham regularmente, como os de residências e escritórios, a menor frequência natural não pode ser inferior a 4 Hz”. É importante destacar que, conforme a NBR 8800:2008, “A opção por esse tipo de avaliação fica a critério do projetista e pode não constituir uma solução adequada para o problema”.

Ainda, de acordo com a NBR 8800:2008:

Nos pisos em que as pessoas saltam ou dançam de forma rítmica, como os de academias de ginástica, salões de dança, ginásios e estádios de esportes, a menor frequência natural não pode ser inferior a 6 Hz, devendo ser aumentada para 8 Hz caso a atividade seja muito repetitiva, como ginástica aeróbica.

A NBR 6118:2014, por sua vez, determina que as estruturas sujeitas a vibrações, para que tenham o comportamento satisfatório assegurado, obedeçam à condição:  $f_n > 1,2 f_{crit}$ . Ou seja, a estrutura deve ter a sua frequência natural de vibração ( $f_n$ ) pelo menos 20% maior do que a frequência crítica ( $f_{crit}$ ) correspondente ao uso da edificação, sendo esta, caso não determinada experimentalmente, adotada conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Frequência crítica para vibrações verticais para alguns casos especiais de estruturas submetidas a vibrações pela ação de pessoas – NBR 6118:2014 (ABNT, 2014).

Caso	$f_{crit}$ (Hz)
Ginásio de esportes e academias de ginástica	8,0
Salas de dança ou de concerto sem cadeiras fixas	7,0
Passarelas de pedestres ou ciclistas	4,5
Escritórios	4,0
Salas de concerto com cadeiras fixas	3,5

Nota-se que ambas as normas partem do mesmo princípio de avaliação, sendo a NBR 6118:2014 mais conservadora ao determinar o afastamento da frequência natural de vibração da estrutura em relação à frequência crítica conforme a sua utilização. Porém, quanto à avaliação de vibrações pelo método da sintonização da estrutura, a NBR 8800:2008 reconhece que este pode não ser adequado, enquanto a NBR 6118:2014 o trata como um método assertivo.

Neste artigo a avaliação de estruturas sujeitas a vibrações não será abordada pela sintonização da estrutura, mas sim pelo cálculo da resposta à vibração.

### 3 Características e Propriedades das Estruturas

#### 3.1 Frequência Natural de Vibração

Uma das características estruturais mais importantes para a avaliação da vibração em uma estrutura é a sua frequência natural de vibração. Ela determina como a laje vai responder às forças que causam vibração e também é importante na determinação de como os ocupantes percebem as vibrações (MAST, 2001).

SORIANO (2014) explica que:

As primeiras frequências naturais são úteis em previsão do comportamento do modelo estrutural sob determinada ação externa. Isso porque as amplitudes de deslocamento aumentam à medida que aquelas frequências se aproximam da frequência preponderante da excitação. Com isso, a correspondente oscilação pode danificar a estrutura e/ou provocar desconforto aos usuários da mesma.

Para a determinação das frequências naturais de vibração de uma estrutura é altamente recomendada a utilização de uma ferramenta computacional, como os softwares de análise/projeto estrutural existentes no mercado. No entanto, de maneira simplificada, a frequência natural de vibração (primeiro modo de vibração) de uma laje pode ser determinada conforme os procedimentos a seguir, de acordo com a Equação 1 (SZILARD, 1974 apud AALAMI, 2013).

$$f_n = \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \times \sqrt{\frac{E_{din} h^3}{12(1-\nu^2)}} \times \frac{g}{p} \quad \text{(Equação 1)}$$

Onde,

- a - Comprimento do vão da laje na direção X - (mm);
- b - Comprimento do vão da laje na direção Y - (mm);
- $E_{din}$  - Módulo de elasticidade dinâmico - (kN/m<sup>2</sup>);
- h - Altura (espessura) da laje - (mm);
- $\nu$  - Coeficiente de Poisson;
- g - Aceleração da gravidade - (mm/s<sup>2</sup>);
- p - Peso efetivo da laje por área - (kN/m<sup>2</sup>).

O módulo de elasticidade dinâmico do concreto pode ser tomado como  $7000 \times (f_{ck})^{0,5}$  (em MPa), ou seja, 25% maior do que o módulo estático (AALAMI, 2013), e o coeficiente de Poisson do concreto como 0,2 para concretos de peso específico normal.



Para a determinação do peso efetivo da laje por área ( $p$ ) deve-se levar em conta as cargas permanentes além do peso próprio, como revestimentos de piso e paredes, por exemplo. Alguns autores recomendam que a determinação de  $p$  leve em consideração uma parcela das cargas acidentais, com ordem de grandeza de 10% do carregamento acidental aplicado à laje (FELDMANN, et al., 2007) a 20% da carga acidental total da laje (BELLEI, et al., 2008). Outra recomendação é que para estruturas de pisos formados por vigas metálicas e laje de concreto, considere-se a parcela da contribuição da carga acidental na determinação de  $p$  com valor de  $0,25 \text{ kN/m}^2$  em residências e  $0,5 \text{ kN/m}^2$  em escritórios (MURRAY, et al., 1997).

Em suma, a magnitude do carregamento acidental que contribui para a determinação da frequência natural de vibração da laje depende da configuração do ambiente e de o que de fato compõe a carga acidental em questão. Numa sala composta por denso mobiliário, pode-se considerar que este contribua para o valor de  $p$ . Já num terraço vazio, deve-se desconsiderar a contribuição do carregamento acidental na determinação de  $p$ .

Neste artigo, tratando-se de estruturas de concreto e sabendo-se que os problemas de vibração excessiva geralmente ocorrem em estruturas pouco ocupadas por carregamentos acidentais estáticos, recomenda-se desconsiderar a parcela da carga acidental na determinação das frequências de vibração da laje.

Importante destacar que a consideração dos vãos ( $a$  e  $b$ ) para a determinação da frequência natural de vibração deve ser feita com cautela e pode requerer certo entendimento do comportamento da estrutura nos primeiros modos de vibração. Tome-se como exemplo a estrutura fictícia da Figura 1.

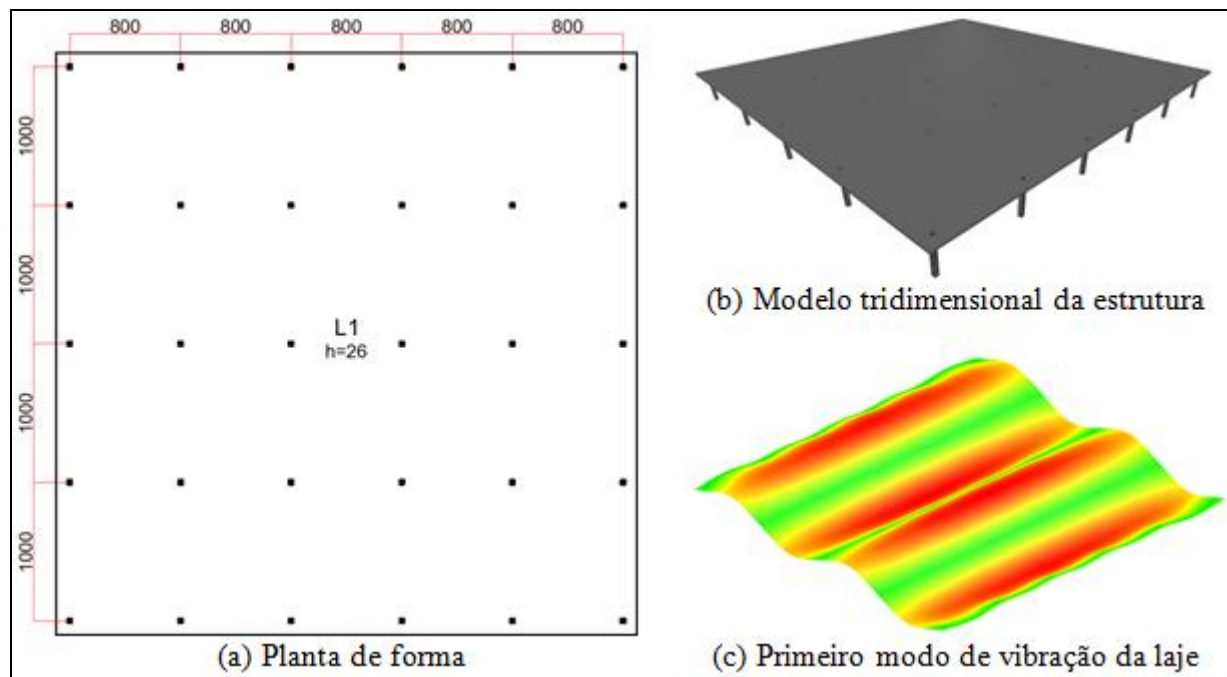


Figura 1 - Estrutura fictícia para análise de vibrações – Autor (2018).

Apesar de a modulação da laje seguir o padrão de 8 m por 10 m, o seu comportamento no primeiro modo de vibração segue o padrão da Figura 1(c), similar ao de uma laje de

vãos 10 m por 40 m. Considerando-se concreto de  $f_{ck}=40$  MPa e a estrutura não fissurada, ou seja, a laje de concreto com sua inércia bruta, situação das lajes de concreto protendido níveis 2 e 3 (protensão limitada e protensão completa), e adotando-se apenas a carga permanente referente ao peso próprio ( $G_1=6,5$  kN/m<sup>2</sup>), conforme a Equação 1 tem-se:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{1}{40000^2} + \frac{1}{10000^2} \right) \times \sqrt{\frac{7000000\sqrt{40} \times 260^3}{12(1 - 0,2^2)}} \times \frac{9810}{6,5} = 5,33 \text{ Hz}$$

Esta mesma estrutura apresentou, sob as mesmas condições, através de análise modal pelo *software* AltoQi Eberick 2018 Next, o período de 0,203 s, ou seja,  $f_n=4,93$  Hz, resultando em uma diferença inferior a 8% em relação ao valor obtido através da Equação 1. Para  $G_2=1$  kN/m<sup>2</sup>, situação usual de projeto, a análise modal pelo mesmo programa computacional resultou em  $f_n=4,59$  Hz.

### 3.2 Fator de Amortecimento

Além das frequências naturais de vibração, outra determinação importante para o cálculo da resposta à vibração é a consideração do amortecimento ( $\beta$ ), que é uma redução nas vibrações causada por perda/dissipação de energia do sistema, que pode ocorrer através de diversos mecanismos.

Em edifícios esses mecanismos podem ser, por exemplo, atrito nas ligações entre os elementos, abertura e fechamento de microfissuras no concreto, ou atrito entre a estrutura da laje de piso e elementos não estruturais, como paredes divisórias e mobílias (JOHANSSON, 2009).

Os valores recomendados para os fatores de amortecimento nas lajes de concreto podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2 – Fatores de amortecimento recomendados para lajes de concreto - Adaptada de AALAMI (2013) e FELDMANN, et al. (2007).

Utilização/Acabamento	Fator de amortecimento ( $\beta$ )
Lajes sem acabamento, escolas, igrejas, escritórios sem divisórias, shopping centers (malls) e passarelas	2%
Residências, bibliotecas e escritórios com divisórias leves sobre a laje	3%
Escritórios com divisórias, possuindo forro sob a laje	4%
Escritórios com paredes de alvenaria sobre a laje	5%

## 4 Vibrações Devido a Atividades Humanas

### 4.1 Vibrações Causadas pelo Caminhar

O caminhar de uma pessoa sobre uma laje produz uma força dinâmica nesta, devido à repetitiva aplicação do seu peso à mesma por meio do contato dos seus pés. A frequência da aplicação dessa força, ou seja, a frequência do caminhar das pessoas, varia entre 1,6 Hz e 2,2 Hz (MURRAY, et al., 1997), sendo adotada como representativa a frequência de

2 Hz (AALAMI, 2013). Ou seja, o intervalo entre dois passos consecutivos é tomado como 0,5 s.

Quanto à intensidade da força gerada pelo caminhar de uma pessoa, esta é uma parcela de seu peso, a uma proporção que depende da maneira como ela caminha, variando conforme a frequência de suas passadas. Este coeficiente aplicado ao peso é chamado de fator de carregamento dinâmico ( $\alpha$ ). Para os casos corriqueiros, recomenda-se adotar como peso ( $P$ ) de uma pessoa o valor de 0,7 kN, e para o fator de carregamento dinâmico, na frequência de 2 Hz,  $\alpha=0,5$  (ALLEN, et al., 1993). No caso de passarelas, recomenda-se adotar  $\alpha=0,7$ .

## 4.2 Vibrações Causadas por Atividades Rítmicas

Diferentemente do caminhar, as forças dinâmicas causadas por atividades rítmicas possuem uma variação maior em suas frequências, ocorrendo entre 2,00 Hz e 2,75 Hz em aulas de ginástica e de 1,5 Hz a 3,0 Hz em danças em grupo (MURRAY, et al., 1997). As intensidades das forças geradas pelas atividades rítmicas também diferem do caminhar, uma vez que devem ser considerados os esforços gerados por um grupo, e não apenas por uma pessoa.

Assim como as forças dinâmicas, os fatores de carregamento dinâmico também variam conforme o tipo de atividade rítmica desenvolvido. Os valores usuais de carregamento dinâmico ( $\alpha w_P$ ) podem ser observados na Tabela 3, adaptada de (MURRAY, et al., 1997).

Tabela 3 – Carregamentos dinâmicos devido a atividades rítmicas – Adaptada de MURRAY, et al. (1997).

Atividade rítmica	Carregamento dinâmico $\alpha w_P$ (kN/m <sup>2</sup> )
Dança, ginástica e outros exercícios que envolvem pulos/saltos	0,3
Shows e eventos esportivos	0,4

## 4.3 Percepção da Vibração e Desconforto

A avaliação do conforto às vibrações nas lajes sujeitas ao caminhar de pessoas é feita com base na aceleração causada pela aplicação da força dinâmica, conforme a frequência natural de vibração da estrutura. Os valores limites de acelerações ( $a_0$ ) em função da frequência são tratados na Figura 2, adaptada de ALLEN, et al. (1993), onde a aceleração vertical é determinada de acordo com a Equação 2, abaixo:

$$\frac{a_v}{g} = \frac{P_0 e^{-0,35f_n}}{\beta W} \quad (\text{Equação 2})$$

Sendo,

- $a_v$  - Aceleração vertical - (mm/s<sup>2</sup>);
- $g$  - Aceleração da gravidade - (mm/s<sup>2</sup>);
- $P_0$  - Força dinâmica ( $P_0=\alpha \times P$ ) - (kN);
- $W$  - Peso efetivo do painel de laje ( $W=p \times A$ ) - (kN).
- $p$  - Peso efetivo da laje por área - (kN/m<sup>2</sup>).
- $A$  - Área da laje (entre apoios) sujeita ao carregamento dinâmico - (m<sup>2</sup>).

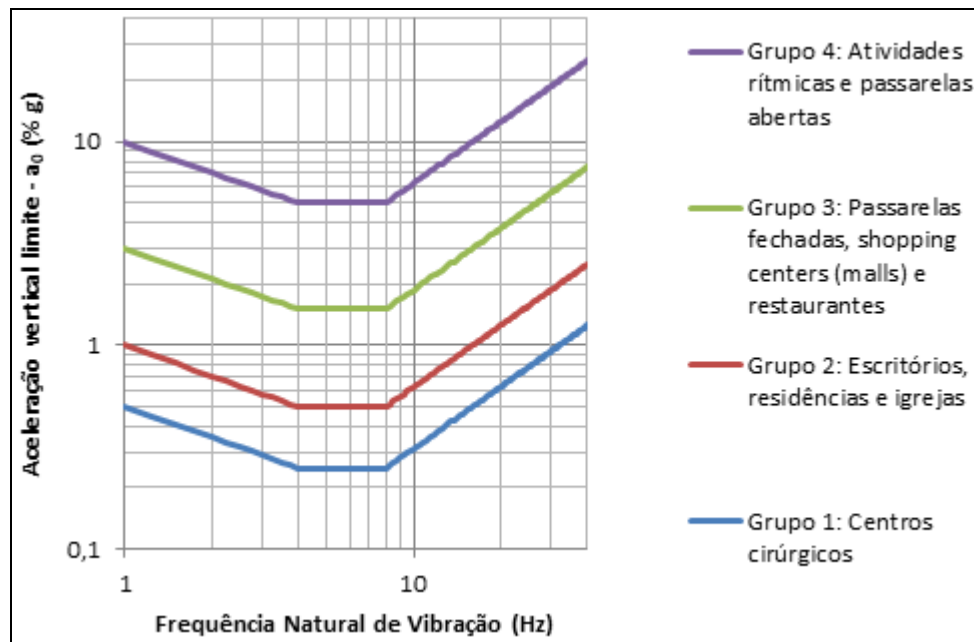


Figura 2 - Limites recomendados para aceleração vertical – Adaptada de ALLEN, et al. (1993).

No caso de atividades rítmicas, como:  $P_0 = \alpha w_p \times A$  (AALAMI, 2014), tem-se, de acordo com a Equação 3:

$$\frac{a_v}{g} = \frac{\alpha w_p e^{-0,35 f_n}}{\beta p} \quad (\text{Equação 3})$$

Sendo,

$\alpha w_p$  - Carregamento dinâmico - (kN/m<sup>2</sup>).

## 5 O Critério do Peso Efetivo Mínimo Necessário

Percebe-se pela Equação 2 que quanto maior o peso efetivo da laje ( $W$ ), menor a aceleração vertical ( $a_v$ ). Com  $a_v = a_0$ , obtém-se o valor de  $W$  a partir do qual as acelerações são inferiores às limites, ou seja, obtém-se o peso efetivo mínimo ( $W_{\min}$ ) necessário à laje para atendimento ao estado limite de vibrações excessivas, conforme a Equação 4, abaixo:

$$W_{\min} = \frac{P_0 e^{-0,35 f_n}}{\beta a_0} \quad (\text{Equação 4})$$

Sendo que o ELS-VE está atendido se  $W \geq W_{\min}$ .

Tem-se, portanto, que os pesos efetivos mínimos para lajes de concreto com  $f_n < 4$  Hz,  $4 \text{ Hz} \leq f_n \leq 8$  Hz e  $f_n > 8$  Hz são determinados conforme a Equação 5a, Equação 5b e Equação 5c, respectivamente.



$$W_{\min} = \frac{35\sqrt{f_n}}{R_g \beta e^{0,35f_n}} \quad (\text{kN}) \text{ para } f_n < 4 \text{ Hz} \quad (\text{Equação 5a})$$

$$W_{\min} = \frac{70}{R_g \beta e^{0,35f_n}} \quad (\text{kN}) \text{ para } 4 \text{ Hz} \leq f_n \leq 8 \text{ Hz} \quad (\text{Equação 5b})$$

$$W_{\min} = \frac{560}{R_g f_n \beta e^{0,35f_n}} \quad (\text{kN}) \text{ para } f_n > 8 \text{ Hz} \quad (\text{Equação 5c})$$

Onde  $R_g$  é um coeficiente que depende do tipo de utilização da estrutura, sendo:

$R_g = 0,5$	para Grupo 1
$R_g = 1$	para Grupo 2
$R_g = 3$	para Grupo 3
$R_g = 10$	para Passarelas abertas

No caso de vibrações causadas pelo caminhar, os valores de  $W_{\min}$  (kN) para as diversas condições de utilização da laje e de amortecimento, conforme as frequências naturais de vibração da laje, são apresentados na Figura 3.

As passarelas abertas, embora anteriormente tenham sido tratadas juntamente com as atividades rítmicas e classificadas como grupo 4, são representadas na Figura 4 juntamente com o grupo 3.

No que se refere às atividades rítmicas, define-se o  $p_{\min}$ , de acordo com a Equação 6:

$$p_{\min} = \frac{\alpha w_p e^{-0,35f_n}}{\beta a_0} \quad (\text{Equação 6})$$

Sendo que o ELS-VE está atendido se  $p \geq p_{\min}$ .

Tem-se, portanto, que os pesos efetivos mínimos para lajes de concreto, sujeitas a atividades rítmicas, com  $f_n < 4$  Hz,  $4 \text{ Hz} \leq f_n \leq 8 \text{ Hz}$  e  $f_n > 8 \text{ Hz}$  são determinados conforme a Equação 7a, Equação 7b e Equação 7c, respectivamente.

$$p_{\min} = \frac{R_g \sqrt{f_n}}{\beta e^{0,35f_n}} \quad (\text{kN}) \text{ para } f_n < 4 \text{ Hz} \quad (\text{Equação 7a})$$

$$p_{\min} = \frac{2R_g}{\beta e^{0,35f_n}} \quad (\text{kN}) \text{ para } 4 \text{ Hz} \leq f_n \leq 8 \text{ Hz} \quad (\text{Equação 7b})$$

$$p_{\min} = \frac{16R_g}{f_n \beta e^{0,35f_n}} \quad (\text{kN}) \text{ para } f_n > 8 \text{ Hz} \quad (\text{Equação 7c})$$

Onde  $R_g$  é um coeficiente que depende do tipo de utilização da estrutura, sendo:

$R_g = 3$	para dança, ginástica e exercícios que envolvem pulos/saltos
$R_g = 4$	para shows e eventos esportivos

Os valores de  $p_{\min}$  (kN/m<sup>2</sup>) para as diversas condições de utilização da laje e fatores de amortecimento ( $\beta$ ), conforme as frequências naturais de vibração vertical da estrutura, são apresentados na Figura 4.

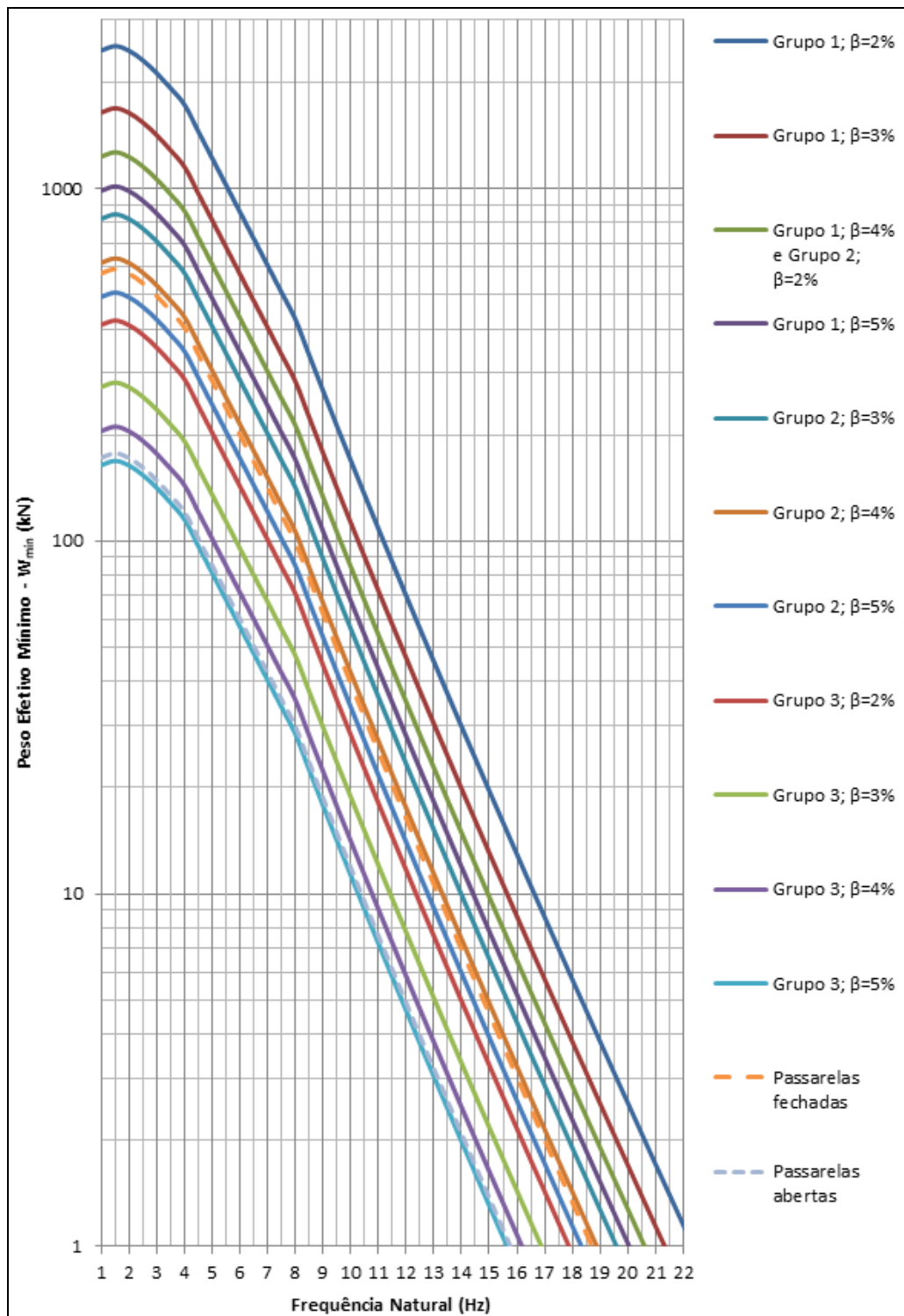


Figura 3 - Peso efetivo mínimo da laje para aceitabilidade no ELS-VE –  $W_{\min}$  (kN) – Autor (2018).

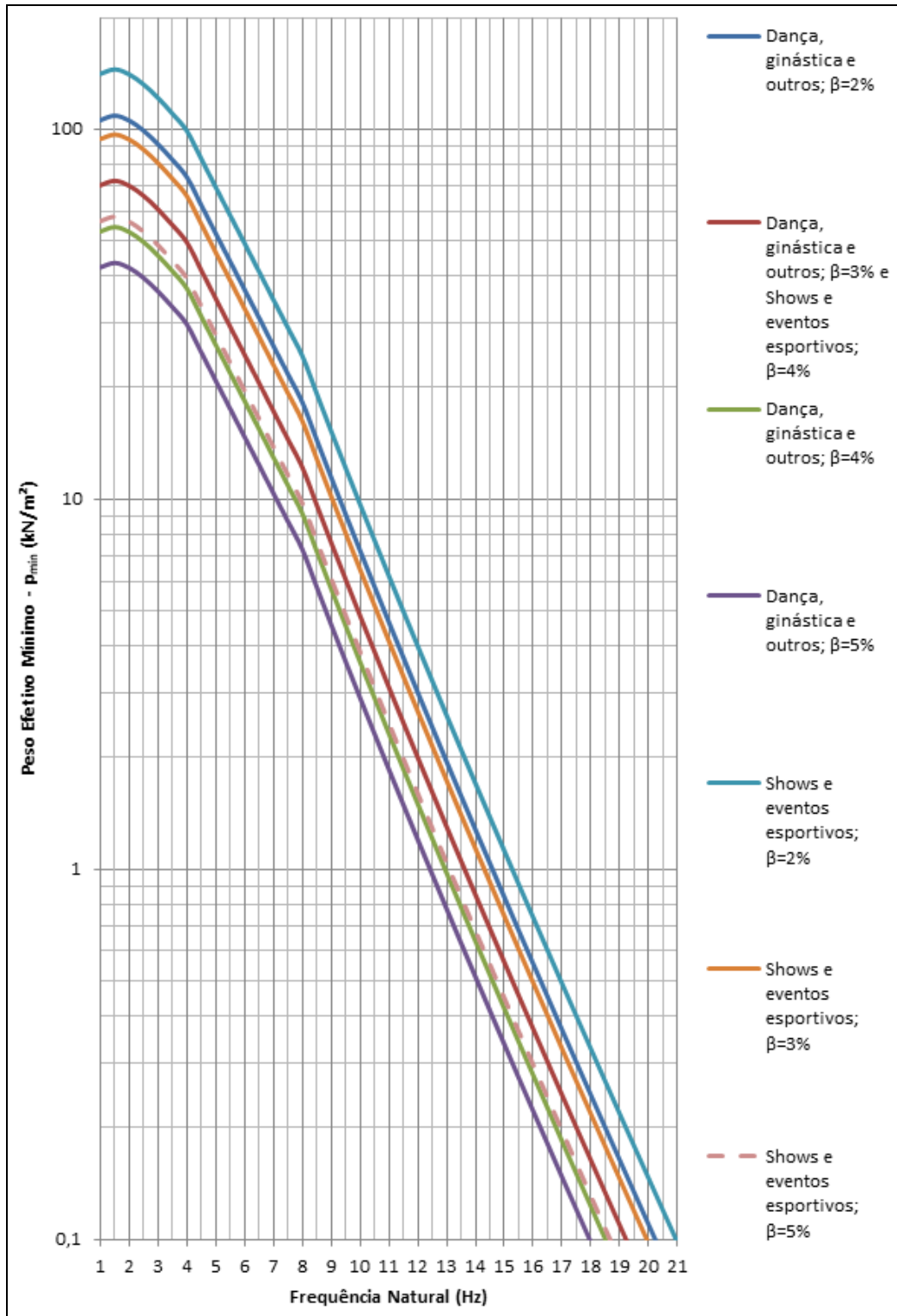


Figura 4 - Peso efetivo mínimo da laje para aceitabilidade no ELS-VE –  $p_{\min}$  (kN/m<sup>2</sup>) – Autor (2018).

Os diversos valores de  $R_g$ , conforme o tipo de atividade e a utilização da estrutura, podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4 – Valores do coeficiente  $R_g$  – Autor (2018).

Tipo de atividade	Utilização	$R_g$
Caminhada	Grupo 1: Centros cirúrgicos	0,5
Caminhada	Grupo 2: Escritórios, residências e igrejas	1
Caminhada	Grupo 3: Passarelas fechadas, shopping centers (malls) e restaurantes	3
Caminhada	Passarelas abertas	10
Rítmica	Dança, ginástica e outros exercícios que envolvem pulos/saltos	3
Rítmica	Shows e eventos esportivos	4

## 6 Aplicação do Critério Proposto

O cálculo racional de amplitudes de vibrações induzidas por forças dinâmicas se torna muito complicado e incerto. Conseqüentemente, métodos empíricos e semi-empíricos foram desenvolvidos para lidar com tais situações (BACHMANN, et al., 1997). Este trabalho, no entanto, apesar de trazer uma abordagem prática, tanto para a obtenção das frequências naturais quanto para a determinação da condição de conforto dos usuários, é baseado em procedimentos consagrados na literatura técnica.

Tomando-se o exemplo da estrutura representada na Figura 1 que, tratando-se de um escritório sem divisórias e sem a consideração de carregamento permanente adicional ao peso próprio, apresenta  $f_n = 4,93$  Hz, conforme já mencionado anteriormente, e  $\beta = 2\%$ , conforme a Tabela 2.

Aplicando-se a Equação 5b, tem-se:

$$W_{\min} = \frac{70}{1 \times 0,02 \times e^{0,35 \times 4,93}} = 623 \text{ kN}$$

Sendo o peso efetivo da laje (entre apoios):

$$W = a \times b \times (G_1 + G_2)$$

Onde,

$$G_1 = 6,5 \text{ kN/m}^2;$$

$$G_2 = 0.$$

$$W = 8 \times 10 \times (6,5 + 0) = 520 \text{ kN}$$

Como  $W < W_{\min}$ , a laje não satisfaz às verificações com relação às vibrações excessivas. Caso esta mesma estrutura fosse de um escritório com divisórias leves sobre a laje, que conforme a Tabela 2 resulta em  $\beta = 3\%$ , e com a consideração de carregamento permanente adicional de  $1 \text{ kN/m}^2$ , obter-se-ia, conforme já mencionado anteriormente,  $f_n = 4,59$  Hz.

Aplicando-se a Equação 5b, tem-se:

$$W_{\min} = \frac{70}{1 \times 0,03 \times e^{0,35 \times 4,59}} = 468 \text{ kN}$$



Sendo o peso efetivo da laje (entre apoios):

$$W = 8 \times 10 \times (6,5 + 1) = 600 \text{ kN}$$

Nota-se, portanto, que a laje possui desempenho adequado ao ELS-VE, pois  $W > W_{\min}$ . Hipoteticamente, havendo a intenção de mudança na utilização da estrutura para uma sala de dança, em uma verificação preliminar, admitindo o aumento de espessura da laje em 12 cm, totalizando 38 cm de espessura ( $G_1 = 9,5 \text{ kN/m}^2$ ), obtém-se pela Equação 1:

$$f_n = \frac{\pi}{2} \times \left( \frac{1}{40000^2} + \frac{1}{10000^2} \right) \times \sqrt{\frac{7000000\sqrt{40} \times 380^3}{12(1 - 0,2^2)}} \times \frac{9810}{10,5} = 7,41 \text{ Hz}$$

Analisando-se a Figura 4, observa-se que caso a estrutura tivesse seu fator de amortecimento aumentado, de modo a atingir 5%, seria necessário  $p_{\min} \sim 9,0 \text{ kN/m}^2$ . O valor mais preciso pode ser obtido através da aplicação da Equação 7b:

$$p_{\min} = \frac{2 \times 3}{0,05 \times e^{0,35 \times 7,41}} = 8,97 \text{ kN/m}^2$$

Como  $p = G_1 + G_2 = 9,5 + 1,0 = 10,5 \text{ kN/m}^2$ , a laje teria sua aceitabilidade ao ELS-VE garantida, uma vez que  $p > p_{\min}$ .

## 7 Discussão

A Tabela 5 ilustra os resultados obtidos para as verificações do ELS-VE para as diferentes situações abordadas para a estrutura utilizada como exemplo neste artigo.

Tabela 5 – Comparação entre os critérios de avaliação do ELS-VE – Autor (2018).

Utilização	$f_n$ (Hz)	$\beta$	Peso efetivo $G_1 + G_2$	Verificação do ELS-VE	
				ABNT 6118:2014	$W_{\min}$ ; $p_{\min}$
Escritório sem divisórias	4,93	2%	520 kN	$f_n \geq 4,8 \text{ Hz}$	$W_{\min} = 623 \text{ kN}$
				OK	Não OK
Escritório com divisórias leves	4,59	3%	600 kN	$f_n \geq 4,8 \text{ Hz}$	$W_{\min} = 468 \text{ kN}$
				Não OK	OK
Sala de dança	7,41	5%	10,5 kN/m <sup>2</sup>	$f_n \geq 8,4 \text{ Hz}$	$p_{\min} = 9 \text{ kN/m}^2$
				Não OK	OK

Os resultados obtidos com a aplicação do critério aqui proposto estão em conformidade com os encontrados pelo estudo experimental desenvolvido por MARCOS (2015) para painéis de lajes alveolares, e demonstram que a abordagem simplificada da NBR 6118:2014, por meio da sintonização da estrutura, não garante uma condição de conforto dos usuários com relação às vibrações sentidas em lajes sujeitas a atividades humanas, conforme mostra a Tabela 6.

Tabela 6 – Comparação entre os critérios de avaliação do ELS-VE e os resultados experimentais desenvolvidos por MARCOS (2015) – Autor (2018).

Utilização	$f_n$ (Hz)	$\beta$	Peso efetivo $G_1 + G_2$	Verificação do ELS-VE		
				ABNT 6118:2014	$W_{\min}$ ; $P_{\min}$	Percepção dos usuários
Caminhar / painel isolado (grupo 2 - escritório)	6,9	2%	258 kN	$f_n \geq 4,8$ Hz OK	$W_{\min} = 313$ kN Não OK	Não OK
Caminhar / painel com chave de cisalhamento (grupo 2 - escritório)	7,4	2%	258 kN	$f_n \geq 4,8$ Hz OK	$W_{\min} = 263$ kN Não OK	Não OK
Caminhar / painel com capa (grupo 2 - escritório)	8,1	2%	383 kN	$f_n \geq 4,8$ Hz OK	$W_{\min} = 203$ kN OK	OK
Pulos / painel com capa (considerando sala de dança)	8,1	2%	3,83 kN/m <sup>2</sup>	$f_n \geq 8,4$ Hz Não OK	$p_{\min} = 17$ kN/m <sup>2</sup> Não OK	Não OK

Os ensaios desenvolvidos por JOHANSSON (2009), também com painéis de lajes alveolares, obtiveram resultados semelhantes e também demonstram que a aplicação do critério do peso efetivo mínimo, diferentemente do critério da NBR 6118:2014, leva a resultados compatíveis com a percepção dos usuários, conforme se observa na Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação entre os critérios de avaliação do ELS-VE e os resultados experimentais desenvolvidos por JOHANSSON (2009) – Autor (2018).

Utilização	$f_n$ (Hz)	$\beta$	Peso efetivo $G_1 + G_2$	Verificação do ELS-VE		
				ABNT 6118:2014	$W_{\min}$	Percepção dos usuários
Caminhar / painel isolado (grupo 2 - escritório)	7,0	1%	69,6 kN	$f_n \geq 4,8$ Hz OK	$W_{\min} = 604$ kN Não OK	Não OK
Caminhar / painel com capa (grupo 2 - escritório)	7,0	1%	88,8 kN	$f_n \geq 4,8$ Hz OK	$W_{\min} = 604$ kN Não OK	Não OK

Os resultados dos ensaios de ambos os autores demonstram que devido à característica de possuírem grande rigidez, em parte devido à protensão, com massa reduzida, as lajes alveolares apresentam frequências fundamentais elevadas, especialmente quando comparadas à frequência crítica para escritórios, apresentada como 4 Hz pela NBR 6118:2014. Demonstram também que o simples fato de a frequência natural da estrutura superar a frequência crítica em mais de 20%, como recomenda a NBR 6118:2014, não garante o atendimento ao ELS-VE, ou seja, o conforto dos usuários.

Com relação às lajes de concreto armado, o resultado obtido para a estrutura analisada por FRANCO (2018) é apresentado na Tabela 8, também comparado com o critério do peso efetivo mínimo.

Tabela 8 – Comparação entre os critérios de avaliação do ELS-VE e o resultado obtido por FRANCO (2018) – Autor (2018).

Utilização	$f_n$ (Hz)	$\beta$	Peso efetivo $G_1 + G_2$	Verificação do ELS-VE		
				ABNT 6118:2014	$W_{\min}$	Percepção dos usuários
Caminhar / laje nervurada (grupo 2 - escritório)	2,9	3%	1.867,8 kN	$f_n \geq 4,8$ Hz Não OK	$W_{\min} = 720$ kN OK	OK



Este resultado demonstra que as lajes de concreto armado tendem a apresentar menor rigidez e maior massa, resultando numa baixa frequência natural de vibração que, apesar de inferior à recomendação normativa, não implica desconforto aos usuários.

## 8 Conclusão

A determinação das frequências naturais de vibração da estrutura é imprescindível para a análise do comportamento de lajes de concreto no ELS-VE, sendo fundamental na determinação da aceitabilidade quanto ao conforto dos usuários, independentemente do método de avaliação utilizado. Na ausência de uma ferramenta de análise específica, a determinação da frequência pode ser dada por meio da Equação 1. Recomenda-se, no entanto, que sejam determinadas utilizando-se uma ferramenta computacional de análise modal, uma vez que são parâmetros fundamentais na avaliação das vibrações.

O critério do peso efetivo mínimo necessário para a aceitabilidade de lajes de concreto sujeitas a vibrações, sugerido neste artigo, pode ser utilizado para avaliar lajes pertencentes a quaisquer sistemas estruturais e tipologias, desde simples lajes maciças, apoiadas em vigas, moldadas *in loco* a lajes alveolares protendidas ou lajes lisas, bastando a avaliação adequada da frequência natural da laje.

O método da sintonização da estrutura, adotado pela NBR 6118:2014 para a verificação de estruturas no ELS-VE, conduz muitas vezes a resultados divergentes dos obtidos pela metodologia aqui proposta, desenvolvida com base no cálculo da resposta à vibração, e também diverge dos resultados observados pelos usuários. Como o valor da frequência natural é proporcional à raiz quadrada da rigidez e inversamente proporcional à raiz quadrada do peso (massa), a simples comparação da frequência com valores pré-estabelecidos causa discrepância entre diferentes sistemas, como observa-se entre laje alveolar (protendida) e laje nervurada (armada). A primeira por ser mais rígida e mais leve, apresenta frequência elevada, podendo levar a resultado aparentemente adequado numericamente, porém insatisfatório aos usuários. Já a segunda, menos rígida e mais pesada, apresenta frequência reduzida, podendo ter resultado satisfatório aos usuários, porém tendendo ao superdimensionamento caso sejam almejados os limites normativos.

Conclui-se, portanto, que a norma brasileira para projetos de estruturas de concreto não fornece prescrições adequadas para garantir o conforto dos usuários em relação às vibrações causadas por atividades humanas. Conclui-se, também, que o critério do peso efetivo mínimo necessário para a aceitabilidade de lajes de concreto no ELS-VE, proposto neste artigo, além de simples e prático, está em consonância com os resultados obtidos em trabalhos de outros autores, podendo ser utilizado em projetos de estruturas.

## 9 Referências

AALAMI, B. O. 2014. **Vibration design of concrete floors**. Technical Notes : <http://pt-structures.com/>, 2014.

AALAMI, F. 2013. **Vibration of concrete floors - Evaluation, acceptance and control**. Anais do 55º Congresso Brasileiro do Concreto. Gramado, 2013.



Anais do  
60º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2018  
Setembro / 2018



@ 2018 - IBRACON - ISSN 2175-8182

ABNT. 2014. **NBR 6118 - Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro : Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2014.

—. 2008. **NBR 8800 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto**. Rio de Janeiro : Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2008.

ALLEN, D. E. e MURRAY, T. M. 1993. **Design criterion for vibrations due to walking**. Engineering Journal - American Institute of Steel Construction. 1993.

BACHMANN, H., et al. 1997. **Vibration problems in structures - Practical guidelines**. 2nd Edition. Basel - Boston - Berlin : Birkhäuser, 1997.

BELLEI, I. H., PINHO, F. O. e PINHO, M. O. 2008. **Edifícios de múltiplos andares em aço**. 2ª edição. São Paulo : Pini, 2008.

BRASIL, R. M. L. R. F. e SILVA, M. A. 2013. **Introdução à dinâmica das estruturas para a engenharia civil**. São Paulo : Blucher, 2013.

FELDMANN, M., HEINEMEYER, C. e VÖLLING, B. 2007. **Design guide for floor vibrations**. Commercial Sections : <http://www.arcelormittal.com/sections/>, 2007.

FRANCO, M. 2018. **Análise aleatória da vibração de pisos de escritórios e residências submetidos a pessoas caminhando**. Revista TQS News 32, 2018.

HECHLER, O., et al. 2008. **Design guide for floor vibrations**. EUROSTEEL 2008. Graz, Austria, 2008.

JOHANSSON, P. 2009. **Vibration of hollow core concrete elements induced by walking**. Lund, Sweden : Lund Institute of Technology, 2009.

MARCOS, L. K. 2015. **Sensibilidade a vibrações de pavimentos com lajes alveolares**. São Carlos : Universidade de São Paulo, 2015.

MAST, R. F. 2001. **Vibration of precast prestressed concrete floors**. PCI Journal. November-December 2001, 2001.

MURRAY, T. M., ALLEN, D. E. e UNGAR, E. E. 1997. **Steel Design Guide Series 11 - Floor vibrations due to human activity**. Chicago : American Institute of Steel Construction, 1997.

SORIANO, H. L. 2014. **Introdução à dinâmica das estruturas**. 1ª Edição. Rio de Janeiro : Elsevier, 2014.

SZILARD, R. 1974. **Theory and Analysis of Plates- Classical and Numerical Methods**. New Jersey : Prentice-Hall, Inc., 1974.